

学生番号：

氏名：

[1] xy 平面上の曲線 $\vec{p} = (2 + \cos t, \sin t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) について以下の問いに答えなさい。

1. $x = 2 + \cos t$ (つまり $x - 2 = \cos t$), $y = \sin t$ において、この曲線の x, y に関する方程式を求め、図を描きなさい。(10 点)
2. 上のパラメータ表示を点の運動と思ったときの、時刻 t における速度ベクトルを求めなさい。(6 点)
3. この曲線の長さを求めなさい。(6 点)
4. 点 $\vec{p}(t)$ における進行方向左向きの単位法線ベクトル $\vec{n}(t)$ を求めなさい。(6 点)
5. この曲線の曲率を求めなさい。(6 点)
6. この曲線を y 軸のまわりに 1 回転して得られる曲面のパラメータ表示 $\vec{q}(u, v)$, 偏導関数 $\vec{q}_u, \vec{q}_v$, そのベクトル積 $\vec{q}_u \times \vec{q}_v$, 面積 A , 単位法線ベクトル $\vec{\nu}(u, v)$, 第一基本量 (E, F, G) , 第二基本量 (L, M, N) , ガウス曲率 K を求めなさい。(36 点) この問題の解答は**用紙の裏**に書いてください。

[2] パラメータ表示 $\vec{p}(t) = (t, \frac{1}{\sqrt{2}}t^2, \frac{1}{3}t^3)$ ($0 \leq t \leq 3$) で与えられる曲線について、以下の問いに答えなさい。

1. $\dot{\vec{p}}(t)$ およびその大きさ $|\dot{\vec{p}}(t)|$ を計算しなさい。(12 点)

2. この曲線の長さを求めなさい。(6 点)

3. 公式 $\vec{e}(t) = \frac{\dot{\vec{p}}(t)}{|\dot{\vec{p}}(t)|}$ を用いて $t = 1$ における単位接ベクトル $\vec{e}(1)$ を求めなさい。(6 点)

4. 公式 $\kappa(t) = \frac{|\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)|}{|\dot{\vec{p}}(t)|^3}$ を用いて $\kappa(t)$ を求めなさい。(6 点)