

数学要論 II サンプル問題集

[1] 次の問いに答えなさい。ただし、 $\mathbf{R}^n$ は n 次元ユークリッド空間を表します。

1. $\mathbf{R}^n$ の 2 点 $x = (x_1, \dots, x_n)$, $y = (y_1, \dots, y_n)$ の距離 $d^{(n)}(x, y)$ はどのような式で与えられますか。
2. $\mathbf{R}^n$ において、点 a の半径 $r > 0$ の近傍 $N(a; r)$ とはどのようなものですか。説明しなさい。
3. $\mathbf{R}^n$ の部分集合 A が開集合であるとはどういうことですか。説明しなさい。
4. $\mathbf{R}^2$ の部分集合 A で開集合であるものの例を 3 つ挙げなさい。また開集合でないものの例を 3 つ挙げなさい。
5. $\mathbf{R}^n$ の部分集合 A が閉集合であるとはどういうことですか。説明しなさい。
6. $\mathbf{R}^2$ の部分集合 A で閉集合であるものの例を 3 つ挙げなさい。また閉集合でないものの例を 3 つ挙げなさい。
7. $\mathbf{R}^n$ の部分集合 A の内部 A^i とはどのような集合ですか。説明しなさい。
8. $\mathbf{R}^n$ の部分集合 A の外部 A^e とはどのような集合ですか。説明しなさい。
9. $\mathbf{R}^n$ の部分集合 A の境界 A^f とはどのような集合ですか。説明しなさい。
10. $\mathbf{R}^n$ の部分集合 A の閉包 A^a とはどのような集合ですか。説明しなさい。
11. X は $\mathbf{R}^n$ の部分集合で、 $f: X \rightarrow \mathbf{R}$ は写像とします。 f が点 $a \in X$ で連続であるとはどういうことですか。説明しなさい。

[2] ユークリッド直線 $(\mathbf{R}, d)$ において、集合 $A = (0, 1) \cup [1, 2] \cup \{3\}$ の内部 A^i , 外部 A^e , 境界 A^f , 閉包 A^a を求めなさい。この集合は開集合ですか。また、この集合は閉集合ですか。理由を付けて答えなさい。

[3] 次のおのおののは常に正しいですか。そうでない場合は等しくならない具体例を示しなさい。

- | | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|---------------------|-----------------------|
| (1) $A^{ii} = A^i$ | (2) $A^{aa} = A^a$ | (3) $A^{ff} = A^f$ | (4) $A^{ee} = A^e$ | (5) $A^{ai} = A^{ia}$ |
| (6) $A^{iai} = A^i$ | (7) $A^{cac} = A^i$ | (8) $A^{cic} = A^a$ | (9) $A^{eac} = A^i$ | |
| (10) $(A \cup B)^i = A^i \cup B^i$ | (11) $(A \cap B)^i = A^i \cap B^i$ | (12) $(A \cup B)^a = A^a \cup B^a$ | | |
| (13) $(A \cap B)^a = A^a \cap B^a$ | (14) $(A \cup B)^e = A^e \cup B^e$ | (15) $(A \cap B)^e = A^e \cap B^e$ | | |

[4] 次の問いに答えなさい。

1. n 次元ユークリッド空間の距離 $d^{(n)}$ のみたす 3 つの重要な性質を述べなさい。
2. n 次元ユークリッド空間の開集合のみたす 3 つの重要な性質を述べなさい。
3. n 次元ユークリッド空間の閉集合のみたす 3 つの重要な性質を述べなさい。